

# 基于动态柔性变结构的控制系统优化设计

李凤祥, 袁 野

(江苏大学电气信息工程学院, 江苏镇江 212013)

**摘 要:** 含有积分环节的 PID 控制使得电机控制系统响应缓慢, 加之换向过程电感的作用, 相电压波形与理想方波有较大差距, 导致转矩脉动大, 转速响应缓慢. 通过改变柔性变结构的控制策略, 并结合稳定的线性系统, 提出了一种基于动态柔性变结构的控制系统优化设计方法. 仿真实验结果表明, 采用动态柔性变结构控制较传统 PID 控制具有更好的控制性能, 转速响应快, 转矩脉动小. 动态柔性变结构控制适用于其他控制系统的优化设计.

**关键词:** 动态柔性变结构; 控制系统; 转速响应; 转矩脉动

**中图分类号:** TP213; **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2013)05-1025-05

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.032

## Optimized Design of Control System Based on Dynamic Soft Variable Structure

LI Feng-xiang YUAN Ye

(School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China)

**Abstract:** PID control which has integrator, causes motor system response slow. Differences are shown between waves of phase-voltage and ideal square wave related to the influence of inductance in reversing process, leading to large torque ripple and slow response of speed. An optimized design of control system based on dynamic soft variable structure control is presented, by changing the control strategy of soft variable structure, and combining the stable linear system. Results of simulation experiments show that dynamic soft variable structure control compared PID control is with better performance, fast in speed response and small torque ripple. Dynamic soft variable structure control also can be applied to optimize the design of other control systems.

**Key words:** dynamic soft variable structure; control system; speed response; torque ripple

### 1 引言

由于无刷直流电机 (Brushless DC Motor, 以下简称 BLDCM) 是一个多变量, 非线性, 强耦合的控制系统<sup>[1]</sup>, 随着工业应用对控制精度以及对控制系统的稳态和动态性能要求的提高, 传统的 PID 控制系统难以满足要求<sup>[2,3]</sup>. 虽然很多现代控制方法被提出, 如模糊控制<sup>[4~6]</sup>, 神经网络控制<sup>[7,8]</sup>, 滑模变结构控制<sup>[9]</sup>, 但是采用这些算法的控制器结构复杂, 不易被推广. 柔性变结构<sup>[10]</sup>具有性能可靠, 实现简单的特点. 本文通过分析柔性变结构控制器<sup>[11]</sup>的优点, 在此基础上结合线性系统, 提出动态柔性变结构控制方法, 以期满足控制系统响应速度快、运行稳定的要求.

### 2 动态柔性变结构控制

#### 2.1 柔性变结构控制

柔性变结构控制通过连续改变控制器的参数, 从而实现系统性能接近时间最优控制<sup>[12,13]</sup>. 以  $n$  维线性

系统的非连续变结构控制器为例, 其基本原理如下<sup>[14]</sup>.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (1)$$

约束控制条件是  $\|\mathbf{u}\| \leq u_0$ , 控制量  $\mathbf{u} = f(\mathbf{x}, p)$ ,  $f$  是一般算子, 由系统状态向量  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  和选择参数  $p$  决定.  $p$  根据选择策略计算获得, 由连续函数  $S$  定义为

$$p = S(\mathbf{x}) \quad (2)$$

选择策略在  $k$  个不同选择参数  $p$  或者  $k$  个子控制器  $f(\mathbf{x}, p)$  之间切换. 则不连续的变结构控制器的原理如图 1 所示.

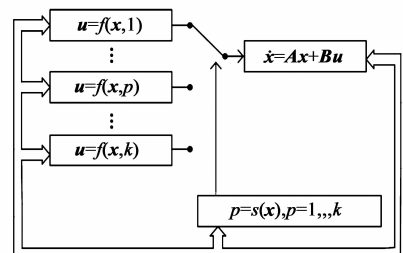


图1 不连续变结构控制原理框图

不连续变结构的控制目标是缩短控制系统的调节和整理时间,然而,他的缺点是控制信号  $u$  不连续,在高频切换控制中,会缩短控制器寿命.

如果参数  $p$  由连续函数  $S$  给出,那么不连续变结构控制的缺点就被克服.其取值是在有连续集的辅助控制器集中,其中  $f(x, p)$  的  $p$  可取无穷数.这种控制方法称为柔性变结构控制.柔性变结构控制器的原理如图 2 所示.

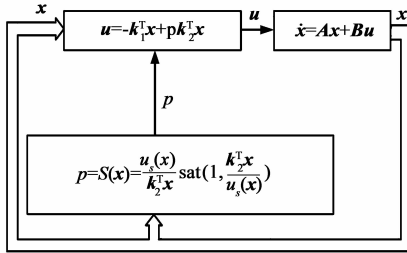


图2 柔性变结构控制原理框图

选择控制策略为

$$S(x, p^n \cdots p) = 0 \quad (3)$$

参数  $p$  的范围为  $[0, 1]$ .

## 2.2 双线性柔性变结构控制

双线性柔性变结构控制<sup>[15]</sup>是由学者 Becker 提出,其对象仍是线性系统.

$$\dot{v}(x) = \dot{x}^T p x + x^T p \dot{x} \quad (4)$$

控制器是由两个线性辅助控制器  $u = -k^T x$  构成如下:

$$u = -\frac{1}{2} [(k_1 + k_2)^T + p(k_2 - k_1)^T] \quad (5)$$

其控制策略中变量  $p$  的取值为 1 或者 -1. 当  $p$  取值为 1 时,  $k_2$  单独作用,  $p$  取值为 -1 时,  $k_1$  单独作用. 将式(5)代入式(4)中可得

$$\dot{x} = \bar{A}x + PMx \quad (6)$$

$$\text{其中, } \bar{A} = A - \frac{1}{2} B(k_2 + k_1)^T,$$

$$M = -\frac{1}{2} B(k_2 - k_1)^T.$$

控制向量需确保  $\bar{A}$  是稳定的.

对李雅普诺夫函数  $v(x) = x^T p x$  求导, 可得

$$\dot{v}(x) = \dot{x}^T p x + x^T p \dot{x} \quad (7)$$

将式(6)代入式(7), 可得到

$$\dot{v}(x) = x^T (\bar{A}^T P + P \bar{A}) x + p x^T (M^T P + P M) x \quad (8)$$

若  $\dot{v}(x) < 0$ , 则要公式(8)第一个多项式为负, 需正定矩阵  $Q$ , 使得

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} = -Q \quad (9)$$

第二个多项式为负, 使得

$$p = -\text{sgn}(x^T (M^T P + P M) x) \quad (10)$$

此时李雅普诺夫函数迅速减小,  $x$  迅速达到平衡点  $x = 0$ . 但上述方法的控制策略很难求得.

## 2.3 动态柔性变结构控制器设计

在以上两种变结构控制方法的启发下, 本文采用微分方程的方法使控制策略  $p$  具有连续性, 取

$$\dot{p} = f(p, x) \quad (11)$$

结合线性系统(1)和控制器(12)求得具体的控制策略如下:

$$u = -(k + p l)^T x \quad (12)$$

限制条件为  $|u| \leq u_0$ ,  $x$  的初始值为  $x(t) = 0$ , 即  $x_0$ . 将式(12)代入式(1)可得到

$$\dot{x} = (A - Bk^T - pBl^T)x = (A_0 - pBl^T)x \quad (13)$$

其中控制向量  $k$  要保证  $A_0 - Bk^T$  是稳定的. 由式(11)和(13)可得到微分方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A_0 - pbl^T)x \\ f(p, x) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其控制原理如图 3 所示:

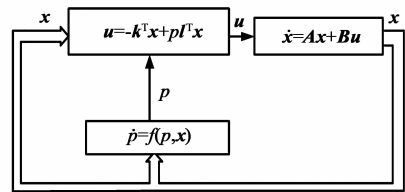


图3 动态柔性变结构控制原理框图

由上图可知, 在约束条件下, 控制器的稳定性取决于控制策略的选取, 即函数  $f$  的选取. 设计时, 先令系统有一个单一的渐近稳定平衡点, 即

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

然后取李亚普诺夫函数  $v(p, x)$  为正定二次形式, 即

$$v(p, x) = x^T R x + q p^2 \quad (16)$$

使得控制系统(15)的李亚普诺夫函数  $v(p, x)$  具有渐近稳定性.

若

$$\dot{v}(p, x) = \dot{x}^T R x + x^T R x + 2q p \dot{p} < 0 \quad (17)$$

则控制系统(14)是稳定的. 结合式(15)得到

$$\dot{v}(p, x) = x^T (A_0^T R + R A_0) x - p x^T \quad (18)$$

$$(l B^T R + R B^T) x + 2q p f(p, x) < 0$$

同时, 定义一个  $r$  函数, 使

$$-x^T R B l^T x + q f(p, x) = -q r(p, x) \quad (19)$$

将式(19)代入式(18), 整理得到

$$\dot{v}(p, x) = x^T (A_0^T R + R A_0) x - 2p^2 r(p, x) < 0 \quad (20)$$

若式(17)成立, 则有

$$A_0^T R + R A_0 = -Q \quad (21)$$

是负定矩阵, 且  $r(p, x) > 0$ . 那么控制系统(14)将会稳定. 如果  $A_0$  有唯一的负实部特征值, 需存在一个有正定解的  $R$  和一个正定矩阵  $Q$ . 由公式(18)可得到

$$\dot{p} = f(p, x) = \frac{x^T R B l^T x - pr(p, x)}{q} \quad (22)$$

考虑到约束条件  $|u| \leq u_0$ , 可以得到相应的选择策略  $p$  的约束条件为

$$\frac{-u_0 - k^T x}{l^T x} \leq p \leq \frac{u_0 - k^T x}{l^T x}, l^T x > 0 \quad (23)$$

$$\frac{u_0 - k^T x}{l^T x} \leq p \leq \frac{-u_0 - k^T x}{l^T x}, l^T x < 0 \quad (24)$$

由于  $p$  值会在接近平衡点时变得很大, 故需要加一个约束条件:  $-P \leq p \leq P$ ,  $P$  为无穷大的正数. 在该约束条件下, 结合式(23)和(24), 得到

$$\alpha(x) \leq p \leq \beta(x) \quad (25)$$

上式中

$$\alpha(x) = \begin{cases} \frac{u_0 - k^T x}{l^T x}, l^T x \leq \frac{-u_0 + k^T x}{P} \\ -P, \frac{-u_0 + k^T x}{P} \leq l^T x \leq \frac{u_0 + k^T x}{P} \\ \frac{-u_0 - k^T x}{l^T x}, \frac{u_0 + k^T x}{P} \leq l^T x \end{cases}$$

$$\beta(x) = \begin{cases} \frac{-u_0 - k^T x}{l^T x}, l^T x \leq \frac{-u_0 - k^T x}{P} \\ P, \frac{-u_0 - k^T x}{P} \leq l^T x \leq \frac{u_0 - k^T x}{P} \\ \frac{u_0 - k^T x}{l^T x}, \frac{u_0 - k^T x}{P} \leq l^T x \end{cases}$$

微分函数  $f$  中  $p$  的范围已确定, 在控制策略中确定合适的函数  $r(p, x) > 0$  如下:

$$r(p, x) = \begin{cases} \mu(1 - \frac{\alpha(x)}{p}) + \mu_0(\frac{\alpha(x)}{p}), p \leq \alpha(x) \\ \mu_0, \alpha(x) \leq p \leq \beta(x) \\ \mu(1 - \frac{\beta(x)}{p}) + \mu_0(\frac{\beta(x)}{p}), \beta(x) \leq p \end{cases}$$

微分方程(22)表示的系统原理如图4所示, 当常量  $\mu \gg 1$  时, 可以避免  $p$  小于  $\alpha(x)$ , 或大于  $\beta(x)$ .

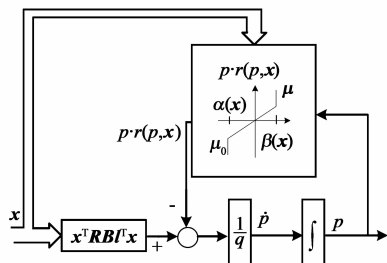


图4 系统的微分方程原理框图

综上所述, 动态柔性变结构的控制系统是由柔性变结构控制器控制(12)和系统(1)构成, 即

$$\dot{x} = (A - Bk^T - pbl^T)x \quad (26)$$

控制策略  $p$  由式(23)和(24)得到, 如下式:

$$\dot{p} = \frac{x^T R B l^T x - pr(p, x)}{q} \quad (27)$$

### 3 动态柔性变结构控制的应用

以无刷直流电机的控制系统为研究对象, 用动态柔性变结构速度控制器代替 PID 速度控制器. 系统的控制对象是无刷直流电机, 其数学模型如图5所示.

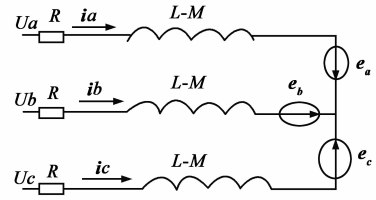


图5 无刷直流电机等效模型

上图中,  $e_a, e_b, e_c$  为相反电动势;  $U_a, U_b, U_c$  为定子相电压;  $i_a, i_b, i_c$  为相电流;  $R$  为定子绕组内阻.  $L$  为定子绕组电感,  $M$  为互感. 当图中  $A, B$  两相导通,  $C$  相关断时, 则有  $i_a = -i_b, i_c = 0, e_a = -e_b$ , 将它们代入转矩方程

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{n} \quad (28)$$

可得

$$T_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b}{n} = 2k_e i_a \quad (29)$$

上式中  $n$  为电机转速,  $T_e$  为电磁转矩,  $k_e$  为反电动势系数. 根据电力拖动理论<sup>[16]</sup>

$$T_e - T_l = Jp\omega + B\omega \quad (30)$$

设计无刷电动机动态柔性变结构控制器时, 需在电流控制器前面加积分器.

上式中,  $T_l$  为负载转矩,  $J$  为转动惯量,  $B$  为阻尼系数,  $\omega$  为角速度,  $p = d/dt$ , 为微分算子.

令  $x_1 = \omega^* - \omega$ , 则  $x_2 = \dot{x}_1 = \omega$ , 其中,  $\omega^*$  为电机设定角速度,  $\omega$  为实际角速度,  $x_1, x_2$  为控制系统的状态变量. 由式(29)和(30)可得

$$2k_e i_a = J\dot{\omega} + B\omega \quad (31)$$

化简后得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2k_e}{J} \end{bmatrix} i \quad (32)$$

上式表明电机是可控的.

### 4 仿真实验

在 MATLAB 的 simulink 环境下, 无刷直流电机参数设置如下:

定子每相电阻  $R = 1\Omega$ ,

定子每相电感  $L - M = 0.04H$ ,

转动惯量  $J = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,

阻尼系数  $B = 0.0002 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$ ,

动势系数  $ke = 0.24$ . 用 48V 直流电源供电, 得到无刷直流电机可控二阶模型:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix} i \quad (33)$$

控制系统的控制框图如图 6 所示.

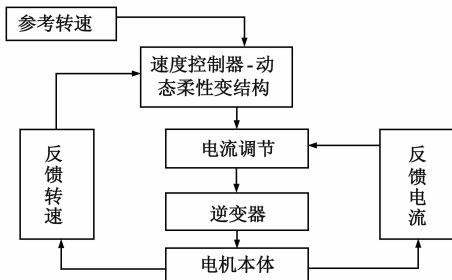


图6 系统控制框图

#### 4.1 转矩脉动小

在实验中, 当速度控制器采用 PID 控制时, 取离散 PID 控制器三个参数  $k_p = 10$ ,  $k_i = 0.01$ ,  $k_d = 0.0001$ , 采样周期为 0.001 秒, 仿真时间取 3 秒. 对应的无刷直流电机的转矩波形如图 7 所示. 当速度控制器采用动态柔性变结构控制时, 对应的无刷直流电机转矩波形如图 8 所示. 比较图 7 和图 8 可知, 采用 PID 控制的电机转矩在  $t = 1$  秒时趋于平稳, 而采用动态柔性变结构控制的电机转矩在  $t = 0.7$  秒时趋于平稳, 且转矩脉动明显减小.

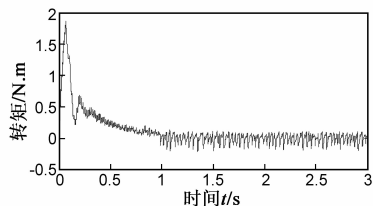


图7 基于PID控制的电机转矩波形

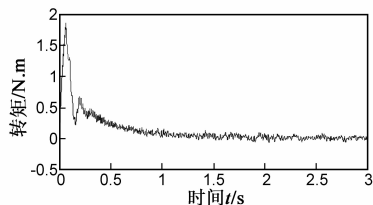


图8 基于动态柔性变结构控制的电机转矩波形

#### 4.2 转速响应快

设定转速为  $1000 \text{ r} / \text{min}$ , 速度控制器分别采用 PID 控制和动态柔性变结构控制. 对应转速波形分别如图 9 和图 10 所示. 分析图 9 和图 10 可知, 采用 PID 控制的电机转速在  $t = 1$  秒时才达到额定值并趋于平稳, 而采用动态柔性变结构控制的电机转速在  $t = 0.7$  秒时就达

到额定值并趋于平稳.

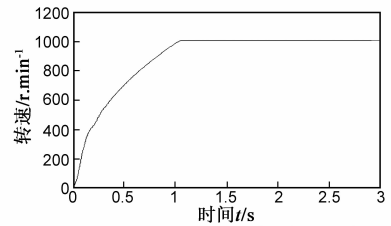


图9 基于PID控制的电机转速响应

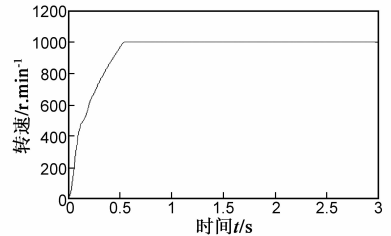


图10 基于动态柔性变结构控制的电机转速响应

#### 4.3 相反电动势波形改善

实验得到基于动态柔性变结构控制的电机控制系统 A 相相反电动波形如图 11 所示. 图中电动势波形为梯形波, 相反电动势波形得以改善, 且在 0.7 秒时趋于平稳.

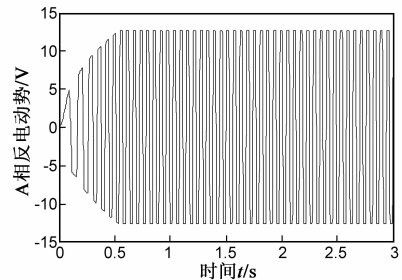


图11 三相反电动势波形

## 5 结语

为满足控制系统响应速度快且运行更加平稳的目的, 本文提出了动态柔性变结构控制算法. 实验验证了该算法既有传统 PID 控制的灵活性, 又具备了很好的稳定性和较快的响应速度. 在改善控制系统控制性能方面具有一定优势, 这是传统 PID 控制甚至模糊、神经网络控制难以实现的. 它的一个显著特点就是同样精度要求下, 系统响应过渡时间短, 且运行的更加平稳. 这在实际应用中有重大的意义.

#### 参考文献

[1] 谭建成. 永磁无刷直流电机技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2011. 20 - 160.

Tan Jian-cheng. Permanent Magnet Brushless DC Motor Technology[M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2011. 20 -

160. (in Chinese)
- [2] 纪志成,沈艳霞,姜建国.基于 Matlab 无刷直流电机系统仿真建模的新方法[J].系统仿真学报,2003,15(12):1745-1749.  
Ji Zhi-cheng, Shen Yan-xia, Jiang Jiang-guo. A novel method for modeling and simulation of BLDC system based on matlab [J]. Journal of system simulation, 2003, 15(12): 1745-1749. (in Chinese)
- [3] Guo Y, Xi Z, Chen G D. Speed regulation of permanent magnet synchronous motor via feedback dissipative Hamiltonian realization[J]. IET Control Theory & Application, 2007, 1(1): 281-290.
- [4] 胡汉平,吴晓刚,李德华,王祖喜,周焰.基于遗传算法的模糊控制系统[J].电子学报,2000,28(7):123-125.  
Hu Han-ping, Wu Xiao-gang, Li De-hua, Wang Zu-xi, Zhou Yan. The fuzzy control system based on genetic algorithms[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(7): 123-125. (in Chinese)
- [5] 纪志成,沈艳霞,姜建国.一种新型的无刷直流电机调速系统的模糊 PI 智能控制[J].电机与控制学报,2003,7(3):1745-1748.  
Ji Zhi-cheng, Shen Yan-xia, Jiang Jiang-guo. A novel fuzzy PI intelligent control method of BLDCM speed servo system[J]. Electric machines and control, 2003, 7(3): 1745-1748. (in Chinese)
- [6] 马义方,蔡际令,江熊海.伺服系统的自适应模糊滑模最优控制研究[J].浙江大学学报(工学版),2006,40(6):1032-1035.  
Ma Yi-fang, Cai Ji-ling, Jiang Xiong-hai. Research on adaptive fuzzy-sliding optimization control of servo system[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2006, 40(6): 1032-1035. (in Chinese)
- [7] 罗予晋,邢藏菊,王守觉.人工神经网络控制的实时仿真系统[J].电子学报,2001,29(8):1061-1064.  
Luo Yu-jin, Xing Zang-ju, Wang Shou-jue. The real time emulation system of artificial neural networks control [J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29(8): 1061-1064. (in Chinese)
- [8] 黄平林.一种基于神经网络的无刷直流电机建模及仿真[J].电机技术,2004,01:8-11.  
Huang Ping-lin. A method of brushless dc motor modeling and simulation based on neural network [J]. Electrical Machinery Technology, 2004, 01: 8-11. (in Chinese)
- [9] 杨俊友,刘启宇,赵菲.滑模反推式永磁直线同步电动机的速度跟踪控制[J].沈阳工业大学学报,2009,31(6):601-605.  
Yang Jun-you, Liu Qi-yu, Zhao Fei. Speed tracking control for permanent magnet linear synchronous motor with sliding mode and back-stepping [J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2009, 31(6): 601-605. (in Chinese)
- [10] 张鹏,李颖辉,赵颀.变饱和和柔性变结构控制系统设计[J].系统仿真学报,2008,20(14):3790-3794.  
Zhang Peng, Li Ying-hui, Zhao Kun. Soft variable structure control with variable saturation [J]. Journal of system simulation, 2008, 20(14): 3790-3794. (in Chinese)
- [11] 邹强,吕永健,范虎. BLDCM 位置伺服系统中的柔性变结构应用[J].控制工程,2010,17(6):828-830.  
Zou Qiang, Lü Yong-jian, Fan Hu. Soft variable structure control of brushless DC motor position tracking [J]. Control Engineering of China, 2010, 17(6): 828-830. (in Chinese)
- [12] Ying Wang, Zhenhua Xiong, Han Ding. Fast response and controller based on continuous eigenvalue configurations and time delay control [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing (S0736-5845), 2007, 23(12): 152-157.
- [13] 刘国海,戴先中.具有不确定负载的交流电机自适应后推控制方法[J].控制与决策,2001,16(6):947-953.  
Liu Guo-hai, Dai Xian-zhong. Adaptive backstepping control of induction motors with load torque uncertainties [J]. Control and decision, 2001, 16(6): 947-953. (in Chinese)
- [14] J Adamy, A Fleming. Soft structure controls: a survey [J]. Automatica (S0005-1098), 2004, 40(5): 1821-1824.
- [15] H Kkiendl, J Adamy, P stelzner. Vector norms as Lyapunov functions for linear systems [J]. IEEE Trans Autom. control, 1992, 27(3): 839-842.
- [16] 陈伯时.电力拖动自动控制系统——运动控制系统 [M].北京:机械工业出版社,2004:52-87.  
Chen Bo-shi. Electric Drive Control System——Motion Control System [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2004: 52-87. (in Chinese)

#### 作者简介



李凤祥 男,1962 年出生于江苏省镇江,副教授、硕导.研究方向为电力系统自动化、电力电子与电力传动、农业电气化与自动化等.  
E-mail: lfx@ujs.edu.cn

袁野 男,1991 年出生于安徽省六安,硕士研究生.研究方向为电机与电器.